



Minimizing Rental Costs in Flowshop Scheduling with the NEH (Nawaz, Encor, and Ham) Method

Muhammad Faudzi[✉], M Adib Jauhari Dwi Putra

Department of Mathematics, Universitas Muhammadiyah Kudus, Indonesia

[✉] muhammadfaudzi@umkudus.ac.id

^{doi} <https://doi.org/10.53017/ujas.101>

Received: 12/08/2021

Revised: 23/09/2021

Accepted: 27/09/2021

Abstract

This study discusses how to minimize rental costs in flowshop scheduling. Optimal scheduling time was obtained using the Nawaz, Encor, and Ham (NEH) method. The right time to rent a machine is obtained by comparing the utility of the machine with the processing time of each machine with the processing time of each job on the machine. We apply this research in CV. SAMHARI which is a company that manufactures sandals. After applying the rental cost minimization method at the research site, we found that CV. SAMHARI can minimize the rental costs incurred by Rp. 273700.

Keywords: Flowshop Scheduling; Minimization of Rent Costs; NEH Method

Minimasi Biaya Sewa Pada Penjadwalan *Flowshop* dengan Metode Nawaz, Encor, and Ham (NEH)

Abstrak

Penelitian ini membahas mengenai minimasi biaya sewa pada penjadwalan flowshop. Agar mendapatkan waktu penjadwalan optimal digunakan Metode Nawaz, Encor, and Ham. Pencarian waktu yang tepat untuk melakukan sewa mesin melakukan perbandingan utilitas mesin dengan waktu proses setiap mesin dengan waktu proses setiap job di mesin tersebut. Kami mengaplikasikan penelitian ini di CV. SAMHARI yang merupakan perusahaan pembuat sandal. Setelah mengaplikasikan metode minimasi biaya sewa di lokasi penelitian, kami menemukan bahwa CV. SAMHARI dapat meminimasi biaya sewa yang dikeluarkan sampai dengan Rp. 273700.

Kata kunci: Penjadwalan *Flowshop*; Minimasi Biaya Sewa; Metode NEH

1. Pendahuluan

Dewasa ini dunia sedang dihadapkan dengan pandemic corona virus disease-19 atau yang lebih dikenal dengan covid-19. Virus yang mulai terdeteksi sejak bulan desember 2019 di Wuhan, China, menyebar begitu cepat ke seluruh dunia, termasuk Indonesia. Menyikapi bahwa virus ini dapat menyebabkan banyaknya korban jiwa, pemerintah melakukan banyak kebijakan untuk mencegah munculnya cluster-cluster baru untuk virus corona. Sampai hari ini, kebijakan pemerintah telah berhasil menurunkan tingkat persebaran virus corona namun masih belum mampu membangkitkan pertumbuhan ekonomi khususnya di kalangan menengah kebawah. Hal ini terjadi karena kebijakan-kebijakan yang harus diambil pemerintah adalah dengan membatasi kegiatan-kegiatan dengan tingkat prioritas sekunder dalam pencegahan virus corona, yang tentunya berdampak sangat besar pada pertumbuhan ekonomi di tingkat usaha kecil menengah. Menyikapi hal ini, penulis merasa

perlu ditemukan sebuah metode agar pertumbuhan ekonomi di tingkat usaha kecil menengah tetap dapat berjalan dengan mengoptimalkan proses produksi pada pembuatan sebuah produk. Pengoptimalan yang dilakukan untuk mengefisiensikan biaya yang harus dikeluarkan, khususnya dari penggunaan mesin yang dapat diminimalisir sampai titik optimal.

Pada beberapa perusahaan di tingkat kecil sampai dengan menengah, penulis menemukan bahwa adanya proses sewa dalam proses produksi, baik berupa sewa gedung bangunan untuk proses produksi, sampai dengan sewa mesin produksi itu sendiri. Hal ini tentunya menyebabkan tingkat urgensi yang meningkat untuk menemukan sebuah metode yang dapat meminimalisir biaya produksi agar dapat menekan biaya sewa yang harus dikeluarkan menjadi semakin rendah.

Menyikapi hal ini, beberapa penelitian sudah dilakukan sebelumnya, seperti yang dilakukan oleh Laxmi Narain pada tahun 2015 [1]. Pada jurnal tersebut Narain menjelaskan metode minimasi biaya sewa untuk penjadwalan 3 buah mesin. Bulan juni di tahun yang sama atau satu bulan setelah jurnal tersebut terbit, Narain mengaplikasikan metode minimasi biaya sewa pada sebuah penjadwalan flowshop dengan empat buah mesin [2]. Selanjutnya, pada tahun 2019, penulis sudah melakukan generalisasi minimasi biaya sewa untuk penjadwalan flowshop dengan m buah mesin dan n buah pekerjaan [3]. Satu tahun selanjutnya, penulis menggabungkan teknik minimasi waktu penjadwalan optimal dan minimasi biaya sewa pada sebuah penjadwalan flowshop dengan 3 buah mesin [4]. Selain penelitian-penelitian yang telah disebutkan, terdapat penelitian lain yang membahas mengenai minimasi biaya sewa pada sebuah penjadwalan flowshop [5]-[9].

Berdasarkan penelitian sebelumnya, penulis menyadari bahwa minimasi biaya sewa dapat dikombinasikan dengan metode optimisasi waktu penjadwalan, sehingga penulis tertarik untuk mengkaji untuk melakukan kombinasi metode optimisasi waktu penjadwalan dengan minimasi biaya sewa pada penjadwalan flowshop dengan mesin berjumlah lebih dari 3. Setelah penelitian ini dilakukan, diharapkan metode yang didapatkan dapat diaplikasikan oleh perusahaan dengan skala kecil menengah dalam proses produksinya sehingga dapat menekan biaya produksi yang harus dikeluarkan, terlebih dapat meningkatkan keuntungan yang diperoleh ditengah pandemi yang sedang berlangsung.

Metode NEH termasuk ke dalam salah satu metode heuristik untuk mengoptimalkan waktu produksi pada sebuah penjadwalan flowshop. Metode heuristik bersifat menyederhanakan sebuah konsep untuk menemukan suatu solusi yang dapat dibuktikan benar. Berdasarkan hal tersebut, penulis tertarik untuk melakukan penelitian minimasi biaya sewa pada penjadwalan flowshop dengan menggunakan metode NEH.

2. Literatur Review

2.1. Kebijakan Sewa

Dalam proses sewa, pada umumnya terdapat tiga buah jenis kebijakan yang dapat diambil oleh perusahaan, antara lain:

- Kebijakan Sewa Jenis 1 : Seluruh mesin disewa pada saat job pertama akan diproses pada mesin pertama dan dikembalikan ketika job terakhir sudah diproses di mesin terakhir.
- Kebijakan Sewa Jenis 2 : Mesin akan disewa saat job pertama akan dikerjakan pada mesin tersebut, dan di kembalikan saat job terakhir sudah selesai di proses di mesin tersebut.
- Kebijakan Sewa Jenis 3 : Mesin disewa setiap kali akan memproses job yang dikerjakan, lalu dikembalikan ketika job tersebut selesai diproses di mesin tersebut.

2.2. Metode Nawaz, Ensacor, and Ham

Algoritma Nawaz, Ensacor, dan Ham dikembangkan oleh Nawaz, Ensacor dan Ham (NEH) pada tahun 1983. Adapun langkah langkah dari algoritma Nawaz, Ensacor, dan Ham sebagai berikut [10]:

1. Mencatat waktu proses pada setiap mesin, lalu mengakumulasikan waktu proses setiap job sehingga didapat total waktu proses untuk masing-masing job.
2. Melakukan pengurutan dengan aturan job dengan total waktu proses terbesar akan lebih dulu dikerjakan.
3. Membuat urutan yang tersusun dari 2 buah job yang memiliki waktu proses terbesar, lalu memilih urutan dengan waktu proses paling kecil.
4. Menempatkan job dengan waktu proses terbesar selanjutnya pada urutan yang telah didapatkan sebelumnya.
5. Melakukan langkah 5 sampai dengan semua job sudah masuk ke dalam urutan optimal.
6. Penjadwalan optimal didapatkan.

2.3. Minimasi Biaya Sewa

2.3.1. Definisi [10]

Completion time job ke- i pada mesin ke- j dinotasikan $t_{i,j}$ dan didefinisikan sebagai berikut:

$$t_{i,j} = \max(t_{i-1,j}, t_{i,j-1}) + a_{i,j} \quad (1)$$

Keterangan:

$t_{i,j}$ = total *completion time job* ke- i pada mesin ke- j

$a_{i,j}$ = waktu proses dari job ke- i pada mesin ke- j

2.3.2. Proposisi 1 [3]

Waktu penyelesaian pada mesin ke- m tidak akan berubah saat mesin disewa ketika:

$$L_m = \sum_{i=1}^n I_{i,m} \quad (2)$$

2.3.3. Proposisi 2 [3]

Jika $t'_{n,r} - t'_{1,(r-1)} = \sum_{i=1}^n a_{ir}$ untuk suatu mesin ke- r maka penggunaan mesin sudah optimal. Jika $t'_{n,r} - t'_{1,(r-1)} > \sum_{i=1}^n a_{ik}$ untuk suatu mesin ke- r maka penggunaan mesin belum optimal dan dapat dilakukan minimisasi biaya dengan menyewa saat L_r .

$$L_r = \{Y_k\} \quad (3)$$

dengan:

$$Y_k = L_{(r+1)} - \sum_{i=1}^k a_{i,r} + \sum_{i=1}^{k-1} a_{i,(r+1)} + \sum_{i=1}^{k-2} a_{i,(r+2)} + \dots + \sum_{i=1}^{k-k} a_{i,(r+k)} \quad (4)$$

dan

$$Y_k = t'_{(k-1),3} - \sum_{i=1}^k a_{i,2}, \text{ untuk } k = 1,2,3, \dots, n. \quad (5)$$

2.4. Notasi

$a_{i,j}$: Waktu proses *job* ke- i pada mesin ke- j , untuk $i = 1,2,3, \dots, n$ dan $j = 1,2,3$.

$t_{i,j}$: *Completion time job* ke- i pada mesin ke- j , untuk $i = 1,2,3, \dots, n$ dan $j = 1,2,3$.

- C_j : Biaya sewa untuk mesin ke-j, untuk $j = 1,2,3$.
- U_j : Utilitas dari mesin ke-j
- L_j : Waktu mesin ke-j akan disewa
- R : Biaya sewa seluruh mesin

3. Metode

3.1. Algoritma

1. Melakukan optimisasi waktu penjadwalan dengan menggunakan metode NEH
2. Membuat tabel penjadwalan dengan urutan yang telah diperoleh.
3. Mengecek optimalitas dari setiap mesin dengan membandingkan $\sum_{i=1}^n a_{ij}$ dengan utilitas mesin ($U_j = t'_{n,j} - t'_{1,(j-1)}$)
4. Apabila nilai $\sum_{i=1}^n a_{ij} = (U_j = t'_{n,j} - t'_{1,(j-1)})$ maka mesin sudah optimal dan tidak perlu dilakukan reduksi utilitas mesin. Apabila. nilai $\sum_{i=1}^n a_{ij} < U_j = t'_{n,j} - t'_{1,(j-1)}$ maka akan dilakukan reduksi utilitas dari setiap mesin.
5. Menentukan waktu sewa mesin terakhir dengan rumus $L_m = t'_{n,j} - \sum_{i=1}^n a_{i,m}$.
6. Menentukan waktu sewa mesin-mesin yang perlu direduksi utilitasnya dengan mencari nilai terkecil dari setiap Y_k . $Y_{m,k} = L_{(r+1)} - \sum_{i=1}^k a_{i,r} + \sum_{i=1}^{k-1} a_{i,(r+1)} + \sum_{i=1}^{k-2} a_{i,(r+2)} + \dots + \sum_{i=1}^{k-k} a_{i,(r+k)}$.
7. Mengecek waktu sewa baru, apabila $L_n < t_{1,m}$ maka mesin akan disewa pada saat $t_{1,m}$.
8. Membuat tabel penjadwalan dengan waktu mulai dari mesin dimulai saat L_k .
9. Menghitung biaya sewa dengan rumus:
Biaya sewa= $C_1 + (U_2) \times C_2 + \dots + U_{11} \times C_{11}$, dengan C_1, C_2, \dots, C_{11} adalah biaya sewa setiap mesin untuk setiap satuan waktu.

3.2. Pengambilan Data

Penelitian ini dilakukan dengan mengambil data primer dari CV. SAMHARI di Gg. Bojong Asih III No. 127, Babakan Tarogong, Kecamatan Bojongloa Kaler, Kota Bandung, Jawa Barat, 40231 pada tahun 2019. Penelitian dilakukan pada tanggal 18 Juni 2019. Adapun lokasi penelitian ditunjukkan oleh [Gambar 1](#).



Gambar 1. Lokasi Penelitian

4. Hasil dan Pembahasan

CV. SAMHARI memproduksi 6 jenis sandal sejumlah 10000 pasang. CV. SAMHARI menyewa 3 buah mesin produksi yaitu mesin ke-1,2, dan 8. Biaya sewa pada mesin 1 adalah 1100 per menit, mesin kedua 2500 per menit dan 1000 per menit untuk mesin ke-8. Waktu proses setiap job pada setiap mesin ditunjukkan oleh [Tabel 1](#).

Tabel 1. Waktu Produksi

Job	1	2	3	4	5	6
1	20	30	50	50	10	40
2	10,7	16	26,7	26,7	5,3	21,3
3	21,3	32	23,3	53,3	10,7	42,7
4	48	72	16,7	120	24	96
5	10	10	10	10	10	10
6	33,3	50	83,3	83,3	16,7	66,7
7	14,7	22	36,7	36,7	7,3	29,3
8	1	1	2	2	1	2
9	5,3	8	13,3	13,3	2,7	10,7
10	6,4	9,6	16	16	3,2	12,8
11	20	30	50	50	10	40

Pencarian waktu produksi optimal akan diperoleh menggunakan metode NEH seperti yang telah dilakukan oleh Faudzi pada penelitian minimisasi biaya sewa untuk 3 buah mesin. Setelah dilakukan proses pencarian waktu penjadwalan dengan metode NEH, didapatkan urutan optimal 5-3-6-2-4-1. Berdasarkan urutan yang didapatkan dengan menggunakan metode NEH, didapatkan penjadwalan yang ditunjukkan oleh Tabel 2.

Tabel 2. Urutan optimal dengan menggunakan metode NEH

Job	5	3	6	2	4	1
1	0-10	10-60	60-100	100-130	130-180	180-200
2	10-15,3	60-76	100-121,3	130-146	180-206,7	206,7-217,2
3	15,3-26	76-108	121,3-164	164-196	206,7-270	270-291,3
4	26-50	108-124,7	164-250	250-322	322-442	442-490
5	50-60	124,7-134,7	250-260	322-332	442-452	490-500
6	60-76,7	134,7-218	260-326,7	332-382	452-468,7	500-533,3
7	76,7-84	218-244,7	326,7-356	382-404	468,7-476	533,3-548
8	84-85	244,7-249,7	356-357	404-405	476-478	548-549
9	85-87,7	249,7-264	357-367,7	405-413	478-491,3	549-554,3
10	87,7-90,9	264-280	367,7-380,5	413-422,6	491,3-507,3	554,3-560,7
11	90,9-100,9	280-330	380,5-420,5	422,6-452,6	507,3-557,3	560,7-580,7

Setelah mendapatkan waktu penjadwalan optimal, selanjutnya adalah mengecek mesin-mesin yang harus direduksi utilitasnya. Cara yang dilakukan adalah dengan membandingkan utilitas setiap mesin dengan total waktu setiap job di mesin tersebut. Setelah melakukan perhitungan utilitas dan $\sum_{i=1}^n a_{i,j}$ untuk setiap mesin j didapatkan hasil yang ditunjukkan oleh Tabel 3.

Tabel 3. Perbandingan utilitas mesin

	Mesin										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
U_j	200	106,7	183,3	376,7	352,2	407,1	403,1	390,4	400,1	407,6	441,2
$\sum_{i=1}^n a_{i,j}$	200	106,7	183,3	376,7	117,6	333,3	146,7	10	53,3	64	200

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa hanya mesin ke-1 yang sudah optimal sehingga tidak perlu dilakukan reduksi utilitas. Sementara untuk mesin ke-2,3,4,5,6,7,8,9,10, dan 11 perlu dilakukan reduksi. Berdasarkan Tabel 2 didapatkan hasil bahwa total waktu seluruh produksi adalah 580,7 menit. Berdasarkan **Proposisi 1**, penjadwalan akan menghasilkan biaya sewa yang lebih minimal apabila mesin terakhir disewa pada saat $L_{11} = t_{6,11} - \sum_{i=1}^6 a_{i,11}$

Berdasarkan perhitungan tersebut, mesin ke-11 mulai beroperasi saat job pertama sudah diproses selama 380,7 menit. Selanjutnya hitung waktu mulai untuk mesin ke-10

sampai dengan mesin ke-2 dengan menggunakan proposisi 2, sehingga didapat hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 L_{11} &= 380.7 \\
 L_{10} &= 371,5 \\
 L_9 &= 358.7 \\
 L_8 &= 357.7 \\
 L_7 &= 219 \\
 L_6 &= 14.3 \\
 L_5 &= 4.3 \\
 L_4 &= -322.4 \\
 L_3 &= -358.4 \\
 L_2 &= -379.7
 \end{aligned}$$

Setelah mendapatkan waktu sewa berdasarkan **Proposisi 2**, dapat dilihat bahwa untuk nilai $L_2 < t_{1,2}, L_3 < t_{1,3}, L_4 < t_{1,4}, L_5 < t_{1,5}$, dan $L_6 < t_{1,6}$, sehingga mesin ke-2,3,4,5, dan 6 akan tetap disewa saat $t_{1,2}, t_{1,3}, t_{1,4}, t_{1,5}, t_{1,6}$. Setelah didapatkan waktu sewa baru untuk setiap mesin, selanjutnya waktu penjadwalan akan berubah menjadi seperti yang ditunjukkan oleh **Tabel 4**.

Tabel 4. Penjadwalan optimal

Job	5	3	6	2	4	1
1	0-10	10-60	60-100	100-130	130-180	180-200
2	10-15,3	60-76	100-121,3	130-146	180-206,7	206,7-217,2
3	15,3-26	76-108	121,3-164	164-196	206,7-270	270-291,3
4	26-50	108-124,7	164-250	250-322	322-442	442-490
5	50-60	124,7-134,7	250-260	322-332	442-452	490-500
6	60-76,7	134,7-218	260-326,7	332-382	452-468,7	500-533,3
7	219-226,3	226,3-263	326,7-356	382-404	468,7-476	533,3-548
8	357,7-358,7	358,7-360,7	360,7-362,7	404-405	476-478	548-549
9	358,7-361,4	361,4-374,7	374,7-385,4	405-413	478-491,3	549-554,3
10	371,5-374,7	374,7-390,7	390,7-403,5	413-422,6	491,3-507,3	554,3-560,7
11	380,7-390,7	390,7-440,7	440,7-480,7	480,7-510,7	510,7-560,7	560,7-580,7

Langkah terakhir adalah menghitung utilitas setiap mesin dengan $U_j = t'_{n,j} - t'_{1,(j-1)}$. Utilitas mesin setelah dilakukan minimisasi biaya sewa adalah seperti yang ditunjukkan oleh **Tabel 5**.

Tabel 5. Utilitas Mesin

Mesin	Utilitas Mesin (U_j)	Mesin	Utilitas Mesin (U_j)
1	50	7	329
2	207.2	8	191.3
3	276	9	195.6
4	464	10	189.2
5	450	11	200
6	473.3		

CV. SAMHARI hanya menyewa mesin ke-1,2, dan ke-8. Hal ini menyebabkan biaya sewa selain mesin-mesin tersebut adalah 0. Sehingga biaya sewa mesin yang harus dikeluarkan oleh CV.SAMHARI adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{Biaya Sewa} &= (U_1) \times 1100 + (U_2) \times 2500 + (U_8) \times 1000 \\
 &= 50 \times 4400 + 207.2 \times 2500 + 191.3 \times 1000 \\
 &= (220000) + (518000) + (191300) = 929.300
 \end{aligned}$$

Sebagai bahan pertimbangan jika CV. SAMHARI tidak menemukan waktu yang tepat biaya sewa yang harus dikeluarkan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Biaya Sewa} &= (U_1) \times 1100 + (U_2) \times 2500 + (U_3) \times 1000 \\ &= 50 \times 4400 + 207.2 \times 2500 + 465 \times 1000 \\ &= (220000) + (518000) + (465000) = 1.203.000 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, jika kebijakan sewa yang digunakan diubah dan waktu sewa dihitung dengan menggunakan model yang didapat, maka biaya sewa yang dikeluarkan lebih kecil. Perbedaan biaya yang harus dikeluarkan oleh CV. SAMHARI adalah sebesar Rp 273.700.

5. Kesimpulan

Model minimasi biaya sewa dapat dikembangkan dengan melakukan kombinasi pada metode minimasi waktu penjadwalan optimal. Model yang diaplikasikan di lokasi penelitian terbukti efektif yang berhasil melakukan reduksi biaya produksi sebesar Rp. 273700.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih penulis berikan kepada CV. SAMHARI yang memberikan izin kepada kami untuk melakukan penelitian.

Referensi

- [1] L. Narain, "Optimize Renting Times of Machines in Flow-Shop Scheduling," no. 5, pp. 84–88, 2015.
- [2] L. Narain, "Minimizing total Rental Cost in Scheduling Problems," vol. 6, no. June, pp. 280–289, 2015.
- [3] M. F. Bahari, S. Sudrajat, and E. Lesmana, "Minimize Rental Costs on Flowshop Scheduling," *J. Ilm. Sains*, vol. 20, no. 2, p. 58, 2020, doi: 10.35799/jis.20.2.2020.27765.
- [4] M. F. Bahari, "Minimisasi Biaya Sewa Pada Penjadwalan Flow Shop 3 Mesin dengan Menggunakan Metode Nawaz, Enscore, and Ham (NEH)," *Kubik J. Publ. Ilm. Mat.*, vol. 4, no. 2, pp. 196–201, 2020, doi: 10.15575/kubik.v4i2.6557.
- [5] D. Gupta and P. Sehgal, "Unavailability in $n \times 2$ Flow Shop Scheduling To Minimize Rental Cost with Job Block Criteria," vol. 5, no. 9, pp. 6975–6981, 2018.
- [6] D. Gupta and R. Goel, "Minimizing Hiring Cost of the Machine Under No Idle Constraints in $N \times 2$ Flow Shop Scheduling with Transportation and Set Up Time.," *Int. J. Innov. Technol. Explor. Eng.*, vol. 9, no. 2, pp. 5227–5229, 2019, doi: 10.35940/ijitee.b7565.129219.
- [7] D. Gupta and P. Sehgal, "Unavailability of the machines in two stage flow shop scheduling model to minimize rental cost with job block criteria and transportation time," *Adv. Math. Sci. J.*, vol. 9, no. 9, pp. 6789–6798, 2020, doi: 10.37418/amsj.9.9.37.
- [8] S. Sharma, D. Gupta, P. Singla, and S. Bala, "Minimizing Rental Cost for n-Jobs , 2-Machines Flow Shop Scheduling , Processing Time Associated with Probabilities Including Transportation Time and Job Block criteria," vol. 1, no. 3, pp. 17–28, 2011.
- [9] Q. S. Ahmad, M. H. Khan, S. Unit, and S. Arabia, "n-Jobs And M-Machines Flowshop Scheduling To Minimize The Rental," vol. 42, no. 42, pp. 88–90, 2017.
- [10] I. M. Al-Harkan, "Algorithms for Sequencing and Scheduling," *merging Seq. Sched. theory with Genet. algorithms to solve Stoch. job shops*, p. 438, 1997.



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)